

Зовнішнє незалежне оцінювання 2021 року з математики
Схеми оцінювання завдань відкритої форми з розгорнутою відповіддю

30. Задано функцію $y = x^3 - 3x$.

1. Для наведених у таблиці значень аргумента x визначте відповідні їм значення y .

x	y
0	
-1	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції $y = x^3 - 3x$ із віссю x .
3. Знайдіть похідну f' функції $f(x) = x^3 - 3x$.
4. Визначте нулі функції f' .
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f .
6. Побудуйте ескіз графіка функції f .

Відповідь:

1. Якщо $x = 0$, то $y = 0$,
 $x = -1$, то $y = 2$,
 $x = 2$, то $y = 2$.
2. $(-\sqrt{3}; 0); (0; 0); (\sqrt{3}; 0)$.
3. $f'(x) = 3x^2 - 3$.
4. $x = 1; x = -1$.
5. Проміжки зростання: $(-\infty; -1], [1; +\infty)$;
проміжок спадання: $[-1; 1]$;
точки екстремуму: $x_{\max} = -1; x_{\min} = 1$;
екстремуми: $f_{\max} = 2; f_{\min} = -2$.
- 6.

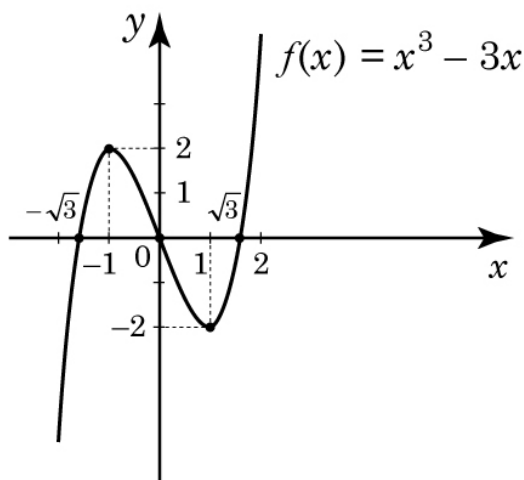


Схема оцінювання

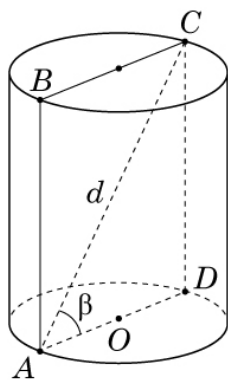
1. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла відповідні значення y , то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла та записав/ла координати точок перетину графіка функції з віссю x , то отримує ще **1 бал**.
3. Якщо учасник/ця правильно знайшов/ла похідну f' функції $f(x) = x^3 - 3x$, то отримує ще **1 бал**.
4. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла нулі функції f' , то отримує ще **1 бал**.
5. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції f , то отримує ще **1 бал**.
6. Якщо учасник/ця правильно побудував/ла ескіз графіка функції f , то отримує ще **1 бал**.

31. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить в нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β .

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$.
2. Укажіть кут β , що утворює пряма AC із площиною нижньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.

Відповідь:

1–2.



$$3. \quad V = \frac{\pi d^3 \cos^2 \beta \sin \beta}{4}.$$

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця правильно зобразив/ла на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз $ABCD$, то отримує **1 бал**.

2. Якщо учасник/ця правильно вказав/ла кут β , що утворює пряма AC із площиною нижньої основи циліндра, то отримує ще **1 бал**.
3. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла довжину висоти циліндра (діаметр основи), то отримує ще **1 бал**.
4. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла об'єм циліндра, то отримує ще **1 бал**.

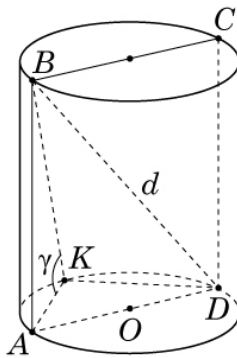
Зауваження

Якщо рисунок і розв'язання не відповідають умові завдання, то жоден з результатів розв'язання не оцінюють.

32. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник $ABCD$, сторона AD якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ AC перерізу дорівнює d й утворює з площиною нижньої основи циліндра кут β . На колі нижньої основи вибрано точку K так, що градусна міра дуги AK дорівнює 90° .
1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і вкажіть кут γ між площиною (KBD) і площиною нижньої основи циліндра. Обґрунтуйте його положення.
 2. Визначте кут γ .

Відповідь:

1.



2. $\gamma = \arctg(\sqrt{2} \operatorname{tg} \beta)$

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця правильно зобразив/ла на рисунку заданий циліндр, указав/ла кут γ між площиною (KBD) і площиною нижньої основи циліндра й обґрунтував/ла його положення, то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця правильно визначив/ла кут γ , то отримує ще **1 бал**.

33. Доведіть тотожність $\frac{2a^2 + 5a - 3}{a + 3} = \frac{1 - 2a}{2\cos 240^\circ}$.

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця показав/ла, що $2a^2 + 5a - 3 = (2a - 1)(a + 3)$, то отримує **1 бал**.
2. Якщо учасник/ця вказав/ла, що $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$, то отримує ще **1 бал**.
3. Якщо учасник/ця довів/ла, що задана рівність є тотожністю, то отримує ще **1 бал**.

34. Задано систему рівнянь $\begin{cases} ax^2 + 3ax + 4^{1+\sqrt{y}} = 8, \\ x + 2 \cdot 4^{\sqrt{y}} = 1, \end{cases}$ де x, y – змінні, a – довільна стала.

1. Розв'яжіть систему, якщо $a = 0$.
2. Визначте всі розв'язки заданої системи залежно від значень a .

Відповідь:

1. $(-3; 0,25)$.
2. якщо $a \in (-\infty; -2) \cup [0; +\infty)$, то розв'язком системи є $(-3; 0,25)$;
якщо $a \in [-2; 0)$, то розв'язками системи є

$$(-3; 0,25) \text{ та } \left(\frac{2}{a}; \log_4^2 \frac{a-2}{2a}\right).$$

Схема оцінювання

1. Якщо учасник/ця розв'язав/ла систему у випадку, коли $a = 0$, то отримує 1 бал
2. Якщо учасник/ця отримав/ла рівняння $ax^2 + (3a - 2)x - 6 = 0$ (або рівняння $2a \cdot 4^{2\sqrt{y}} + (2 - 5a)4^{\sqrt{y}} + 2a - 4 = 0$), то отримує ще **1 бал**.
3. Якщо учасник/ця визначив/ла корені $x_1 = -3$ та $x_2 = \frac{2}{a}$ рівняння $ax^2 + (3a - 2)x - 6 = 0$ (або $(4^{\sqrt{y}})_1 = 2; (4^{\sqrt{y}})_2 = \frac{a-2}{2a}$ з рівняння $2a \cdot 4^{2\sqrt{y}} + (2 - 5a)4^{\sqrt{y}} + 2a - 4 = 0$), то отримує ще **1 бал**.
4. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язок системи $(-3; 0,25)$ за $a \in (-\infty; +\infty)$, то отримує ще **1 бал**.
5. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язок системи $\left(\frac{2}{a}; \log_4^2 \frac{a-2}{2a}\right)$ за $a \in [-2; 0)$, то отримує ще **1 бал**.
6. Якщо учасник/ця правильно записав/ла відповідь, то отримує ще **1 бал**.

Зауваження:

1. Якщо учасник/ця визначив/ла розв'язки системи $(-3; 0,25)$ та $\left(\frac{2}{a}; \log_4^2 \frac{a-2}{2a}\right)$ без зазначення обмежень на a , то за пункти 4 і 5 сумарно отримує 1 бал.
2. Якщо учасник/ця не виокремив/ла випадок $a = -\frac{2}{3}$, коли розв'язки системи $(-3; 0,25)$ та $\left(\frac{2}{a}; \log_4^2 \frac{a-2}{2a}\right)$ збігаються, то це не впливає на оцінювання завдання.

УВАГА!

Завдання, на яке надано правильну відповідь, але розв'язання не наведено, оцінюються у 0 балів.

Завдання, розв'язання якого не відповідає умові, оцінюються у 0 балів

Ухвалено на засіданні предметної фахової комісії з математики
при Українському центрі оцінювання якості освіти
01 червня 2021 р.