

# СЕРТИФІКАЦІЙНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ (ЗАВДАННЯ РІВНЯ СТАНДАРТУ)

Час виконання – 150 хвилин

Робота містить 28 завдань різних форм. Відповіді до завдань 1–26 Ви маєте позначити в бланку **A**. Розв'язання завдань 27, 28 Ви маєте записати в бланку **B**.

Результат виконання **всіх** завдань буде зараховано як результат **державної підсумкової атестації** для випускників, які вивчали математику на **рівні стандарту**.

### Інструкція щодо роботи в зошиті

1. Правила виконання завдань зазначено перед кожною новою формою завдань.
2. Рисунки до завдань виконано схематично, без строгого дотримання пропорцій.
3. Відповідайте лише після того, як Ви уважно прочитали та зрозуміли завдання. Використовуйте як чернетку вільні від тексту місця в зошиті.
4. Намагайтеся виконати всі завдання.
5. Ви можете скористатися довідковими матеріалами, наведеними на сторінках 2, 19, 20. Для зручності Ви можете їх відокремити відірвавши.

### Інструкція щодо заповнення бланків відповідей **A** та **B**

1. У бланк **A** записуйте чітко, згідно з вимогами інструкції до кожної форми завдань, лише правильні, на Вашу думку, відповіді.
2. Неправильно позначені, підчищені відповіді в бланку **A** буде зараховано як помилкові.
3. Якщо Ви позначили відповідь до якогось із завдань 1–20 у бланку **A** неправильно, то можете виправити її, замалювавши попередню позначку та поставивши нову, як показано на зразках:



4. Якщо Ви записали відповідь до якогось із завдань 21–26 неправильно, то можете виправити її, записавши новий варіант відповіді в спеціально відведених місцях бланка **A**.
5. Виконавши завдання 27 та 28 у зошиті, акуратно запишіть їхні розв'язання в бланку **B**.
6. Ваш результат залежатиме від загальної кількості правильних відповідей, записаних у бланку **A**, та правильного розв'язання завдань 27, 28 у бланку **B**.

Ознайомившись з інструкціями, перевірте якість друку зошита та кількість сторінок. Їх має бути 20.

Позначте номер Вашого зошита у відповідному місці бланка **A** так:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
✗	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□	□

**Зичимо Вам успіху!**

## ДОВІДКОВІ МАТЕРІАЛИ

### Таблиця квадратів від 10 до 49

Десятки	Одиниці									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401

### АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

#### Формули скороченого множення

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

#### Модуль числа

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a \geq 0, \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$$

#### Квадратне рівняння

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac \quad \text{— дискримінант}$$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}, \quad \text{якщо } D > 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}, \quad \text{якщо } D = 0$$

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

#### Степені

$$a^1 = a, \quad a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ разів}} \quad \text{для } a \in R, n \in N, n \geq 2$$

$$a^0 = 1, \quad \text{де } a \neq 0 \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{для } a \neq 0, n \in N$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}, \quad a > 0, m \in Z, n \in N, n \geq 2$$

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y}$$

$$(ab)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$$

#### Логарифми

$$a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0, k \neq 0$$

$$a^{\log_a b} = b \quad \log_a a = 1 \quad \log_a 1 = 0$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a b^n = n \cdot \log_a b$$

$$\log_a b^k = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

#### Арифметична прогресія

$$a_n = a_1 + d(n - 1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

#### Геометрична прогресія

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, \quad (q \neq 1)$$

#### Теорія ймовірностей

$$P(A) = \frac{k}{n}$$

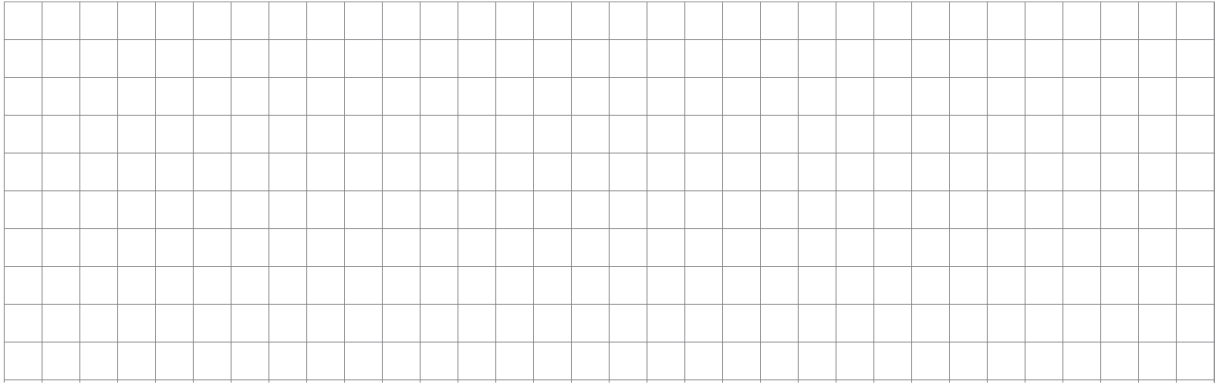
#### Комбінаторика

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n = n! \quad C_n^k = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} \quad A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$



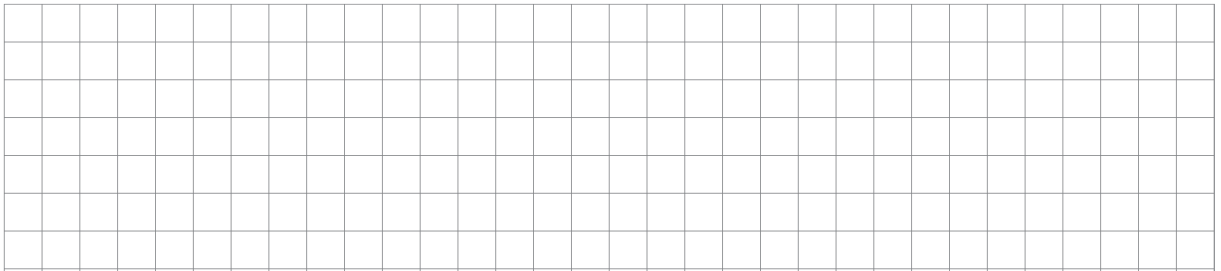
3. Точки  $A$  та  $B$  лежать на сфері радіуса  $10$  см. Укажіть *найбільше* можливе значення довжини відрізка  $AB$ .

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
20 см	$100\pi$ см	10 см	$20\pi$ см



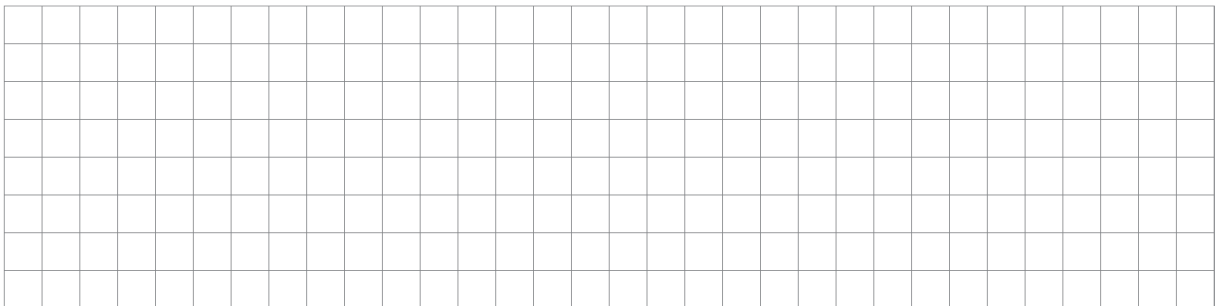
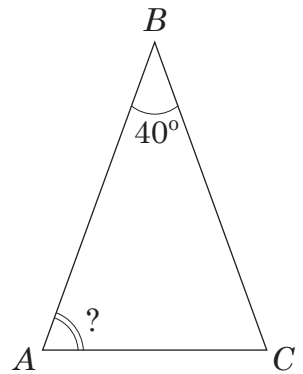
4. Обчисліть суму коренів рівняння  $x^2 + 3x - 4 = 0$ .

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>
-4	-3	3	4



5. У рівнобедреному трикутнику  $ABC$  з основою  $AC$   $\angle B = 40^\circ$ . Визначте градусну міру кута  $A$ .

<b>А</b>	<b>Б</b>	<b>В</b>	<b>Г</b>	<b>Д</b>
$80^\circ$	$70^\circ$	$60^\circ$	$50^\circ$	$40^\circ$



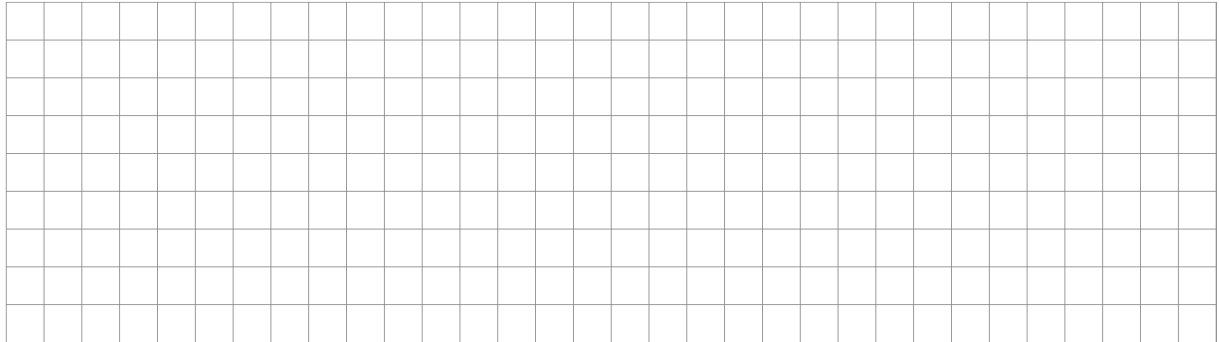




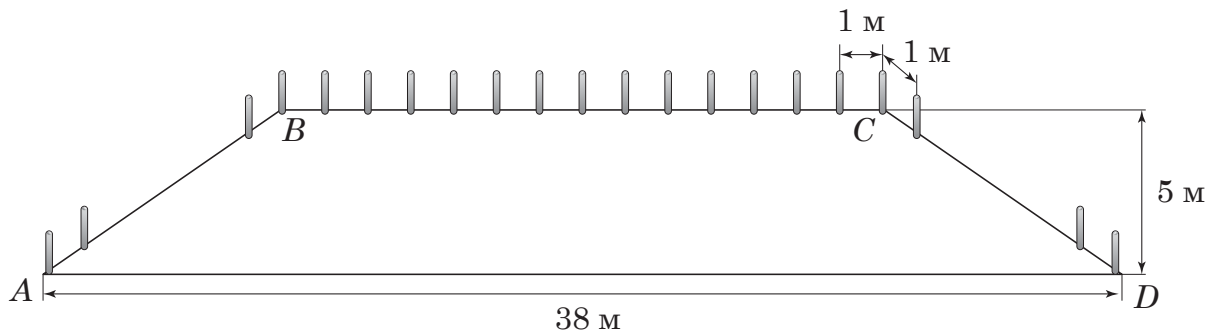


15. Розв'яжіть нерівність  $3^x < 27 \cdot 3^{-x}$ .

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty; \frac{2}{3})$	$(\frac{3}{2}; +\infty)$	$(-\infty; 3)$	$(\frac{2}{3}; +\infty)$	$(-\infty; \frac{3}{2})$



16. Заїзна кишеня для висадки пасажирів громадського (маршрутного) транспорту й таксі, облаштована перед входом у супермаркет, має форму рівнобічної трапеції  $ABCD$ . Довжина більшої основи  $AD$  становить 38 м, ширина кишені дорівнює 5 м. Уздовж меншої основи  $BC$  й бічних сторін  $AB$  й  $CD$  планують установити запобіжні стовпчики на відстані 1 м один від одного. Частину з них уже встановили (див. рисунок). Скільки всього стовпчиків має бути за планом уздовж сторін  $AB$ ,  $BC$  й  $CD$  цієї кишені, якщо вздовж  $BC$  вже встановлено 15 стовпчиків?



А	Б	В	Г	Д
39	41	42	43	45





У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у *бланку А* на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в *бланку А* комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення *бланку А*!  
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між функцією (1–3) і властивістю (А – Д) її графіка.

Функція

1  $y = \log_2 x$

2  $y = x^2 + 3$

3  $y = \cos x$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					

Властивість графіка функції

А не перетинає вісь  $y$

Б паралельний осі  $x$

В розташований у всіх координатних чвертях

Г має лише одну спільну точку з графіком рівняння  $x^2 + y^2 = 9$

Д симетричний відносно початку координат



18. У відповідність вираз (1–3) із його значенням (А – Д), якщо  $x = \sqrt{5} - 1$ .

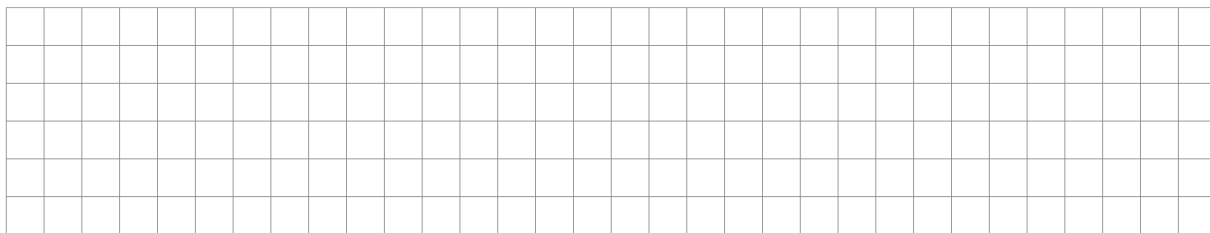
Вираз

- 1  $|x - \sqrt{5}|$
- 2  $(\sqrt{5} + 1)x$
- 3  $x^2 + 2x + 1$

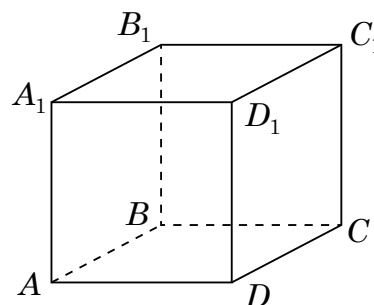
Значення виразу

- А -1
- Б 1
- В 4
- Г 5
- Д 6

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



19. На рисунку зображено куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , ребро якого дорівнює 2. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.



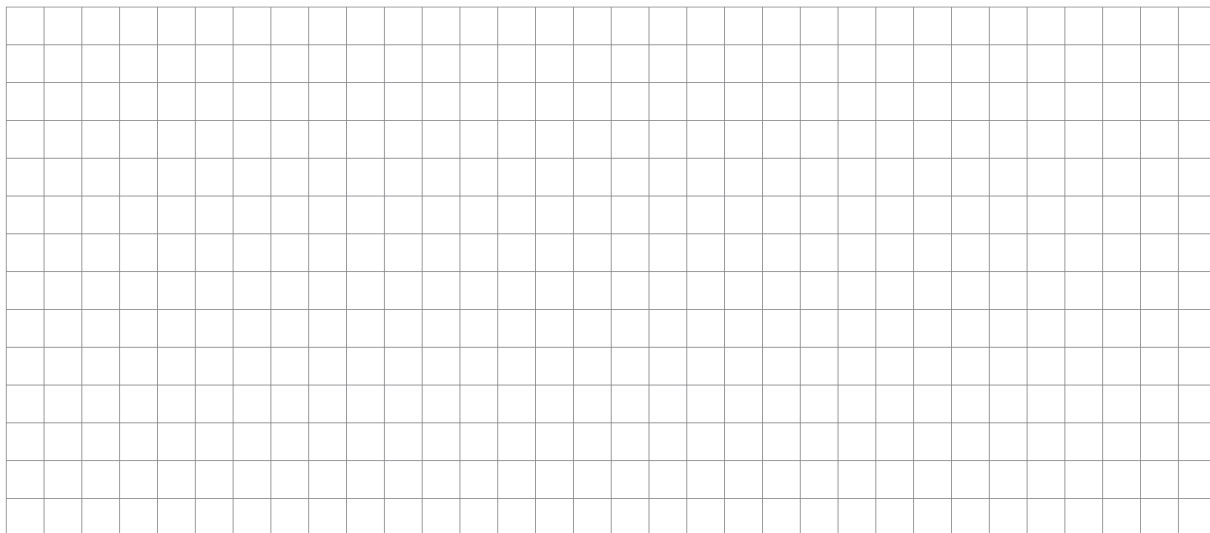
Початок речення

- 1 Довжина діагоналі куба дорівнює
- 2 Відстань від точки А до прямої  $A_1C_1$  дорівнює
- 3 Відстань від точки А до площини  $(BB_1D_1)$  дорівнює

Закінчення речення

- А 2.
- Б  $2\sqrt{2}$ .
- В  $2\sqrt{3}$ .
- Г  $\sqrt{3}$ .
- Д  $\sqrt{2}$ .

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					



20. На рисунках (1–5) наведено інформацію про п'ять паралелограмів. До кожного початку речення (1–3) доберіть його закінчення (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

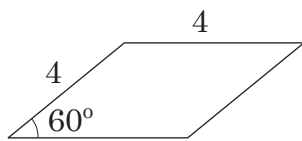


Рис. 1

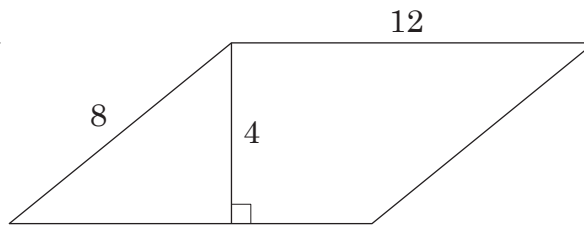


Рис. 2

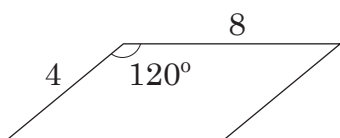


Рис. 3

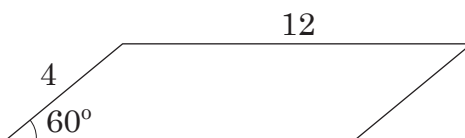


Рис. 4

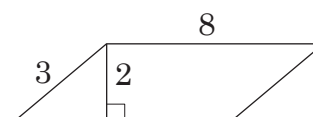


Рис. 5

*Початок речення*

- 1 Паралелограм, діагоналі якого перетинаються під прямим кутом, зображено на
- 2 Паралелограм, менший кут якого дорівнює  $30^\circ$ , зображено на
- 3 Паралелограм, площа якого дорівнює 16, зображено на

*Закінчення речення*

- А рис.1.
- Б рис.2.
- В рис.3.
- Г рис.4.
- Д рис.5.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					







23. У прямокутній системі координат у просторі задано вектор  $\vec{a}(2; -9; 3)$ .

1. Визначте координати вектора  $\vec{b} = -2a$ . У відповіді запишіть їхню суму.



Відповідь: ,

2. Обчисліть скалярний добуток  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Відповідь: ,







Розв'яжіть завдання 27, 28. Запишіть у бланку *Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

27. Задано функцію  $y = x^3 - 12x$ .

1. Для наведених у таблиці значень аргумента  $x$  визначте відповідні їм значення  $y$ .

$x$	$y$
-1	
0	
2	

2. Визначте й запишіть координати точок перетину графіка функції  $y = x^3 - 12x$  із віссю  $x$ .
3. Знайдіть похідну  $f'$  функції  $f(x) = x^3 - 12x$ .
4. Визначте нулі функції  $f'$ .
5. Визначте проміжки зростання і спадання, точки екстремуму й екстремуми функції  $f$ .
6. Побудуйте ескіз графіка функції  $f$ .



Відповідь:

28. Осьовим перерізом циліндра є прямокутник  $ABCD$ , сторона  $AD$  якого лежить у нижній основі циліндра. Діагональ  $AC$  перерізу утворює з площиною верхньої основи циліндра кут  $\beta$ . Діаметр основи циліндра дорівнює  $d$ .

1. Зобразіть на рисунку заданий циліндр і його осьовий переріз  $ABCD$ .
2. Укажіть кут  $\beta$ , що утворює пряма  $AC$  з площиною верхньої основи циліндра.
3. Визначте об'єм циліндра.



Відповідь:

## Похідна функції

$C, a$  – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1 \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u + v)' = u' + v' \quad (u - v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

## Первісна функції та визначений інтеграл

Функція $f(x)$	Загальний вигляд первісних $F(x) + C$ , $C$ – довільна стала
0	$C$
1	$x + C$
$x^a, a \neq -1$	$\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$
$\frac{1}{x}$	$\ln  x  + C$
$e^x$	$e^x + C$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона-Лейбніца}$$

## Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_\alpha \quad \cos \alpha = x_\alpha \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

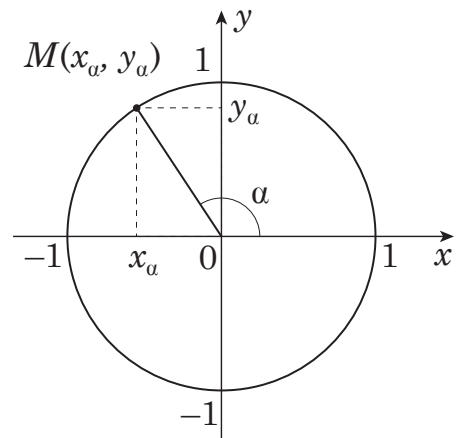
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

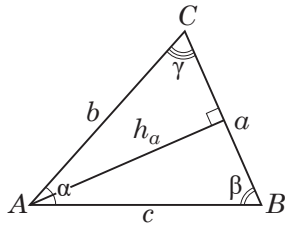


## Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

$\alpha$	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
	град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	не існує	0	не існує	0

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

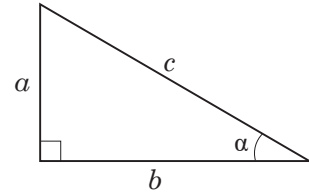
$R$  – радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABC$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

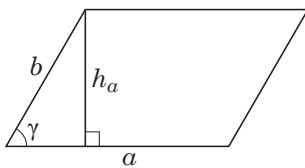
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

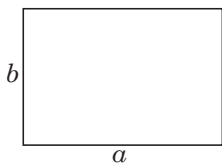
Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

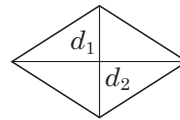
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

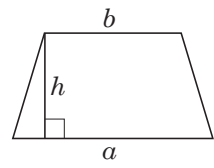
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2,$$

$d_1, d_2$  – діагоналі ромба

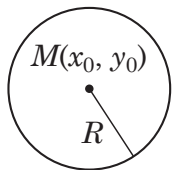
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h,$$

$a$  і  $b$  – основи трапеції

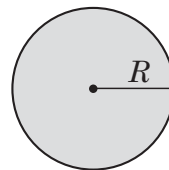
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

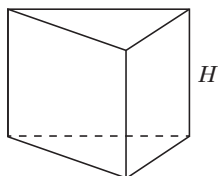
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

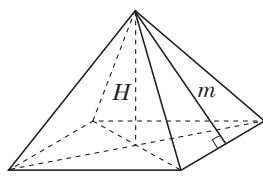
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

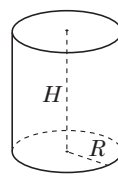
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

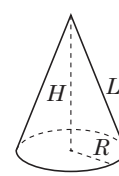
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

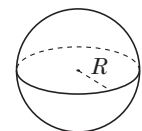
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

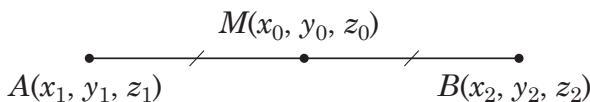
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



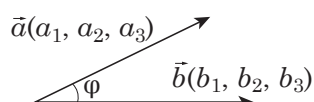
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита